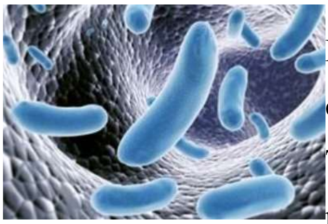
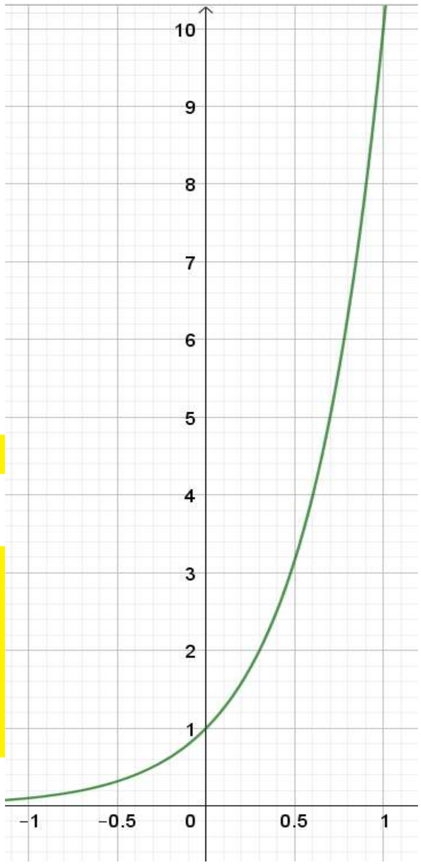
UNE NOUVELLE FONCTION



Un exemple



Dans un laboratoire, des bactéries sont mises en culture. A l'instant $x=0$, il y a 100 bactéries. Toutes les heures, la population de bactéries est multipliée par 10.

Ainsi on peut modéliser la population de bactéries par la fonction f définie par : $f(x)=10^x$ où $f(x)$ est la population en centaines de bactéries à l'instant x exprimé en heures :

- Déterminer : $f(0)=1$ $f(1)=10$ $f(-1)=0{,}1$
- Interpréter les trois résultats ainsi obtenus.

$f(0)=1$: on retrouve 1 centaine de bactéries pour $x=0$

$f(1)=10$: 10 centaines de bactéries donc 1000 bactéries au bout d'une heure.

$f(-1)=0{,}1$: il y aurait eu 0,1 centaines donc 10 bactéries une heure avant le début de l'instant $x=0$

- On donne la représentation graphique de f ci-contre :

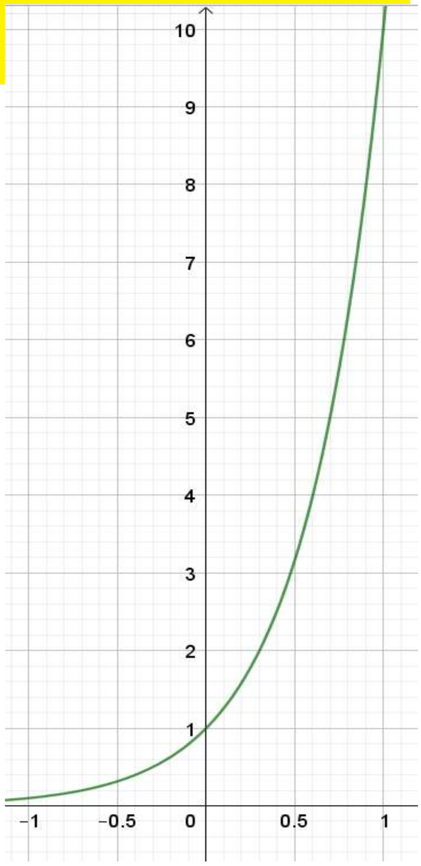
Retrouver graphiquement les trois résultats précédents.

- Estimer graphiquement à quel instant il y aura :

300 bactéries : $x\approx 0{,}5$ qui est solution approchée de $10^x=3$

700 bactéries : $x\approx 0{,}85$ qui est solution de l'équation $10^x=7$

Le logarithme décimal



solution de l'équation $10^x=3$ est notée : $x=\log(3)\approx$ 0,4771

La calculatrice permet d'en donner une valeur assez précise en utilisant la touche **log** . On appelle ce résultat : *" le logarithme décimal de 3"* .

- Pour l'équation $10^x=7$, on note la solution $x=\log(7)\approx$ 0,8451

Exercice 1 : Le 2ème graphique représente la même fonction que le premier :

1.a. Résoudre graphiquement $10^x=10$: $x=$ log(10) = 1

b. Vérifier avec la calculatrice : log(10) = 1

2. Faire de même pour $10^x=4$: **a.** Graphiquement : $x=\log(4)\approx$ 0,6

b. Calculatrice $x\approx 0{,}6021$

3. Résoudre aussi : $10^x=1$: **a.** Graphiquement : $x=\log(1)\approx$ 0

b. Calculatrice $x=0$

4. Résoudre aussi : $10^x=0{,}5$: **a.** Graphiquement : $x=\log(0{,}5)\approx$ -0,3 **b.** Calculatrice $x\approx 0{,}3010$

D'une façon générale

Si $t>0$, l'équation $10^x=t$ admet une unique solution sur $\mathbb{R}$, cette solution est appelée logarithme décimal de t et noté $x=\log(t)$.

Définition

La fonction qui à tout réel $t>0$ associe $\log(t)$ est appelée fonction logarithme décimal, notée $\log$.
Elle est définie sur $]0;+\infty[$.

Exercice 2 : **1.** Compléter mentalement le tableau de valeurs suivant :

x	-3	-1	0	1	2	3	6
10^x	0,001	0,1	1	10	100	1000	1000000

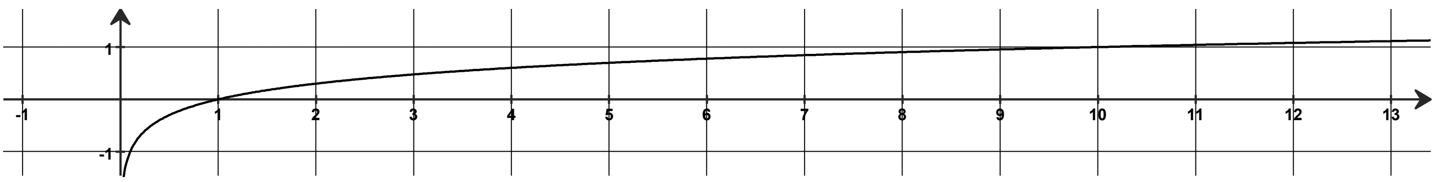
2. En déduire le tableau de valeurs suivant de la fonction $\log$

t	0,001	0,1	1	10	100	1000	1 000 000
$\log(t)$	-3	-1	0	1	2	3	6

VARIATION ET COURBE

Courbe

Voici la courbe de la fonction $\log$ définie sur $]0;+\infty[$:



Sens de variation

La fonction $\log$ est strictement croissante sur $]0;+\infty[$.

Son tableau de variation est :

t	0	1	$+\infty$
$\log(t)$		0 $\nearrow$	

Tableau de signes

On peut en déduire le tableau de signes :

t	0		1		$+\infty$
$\log(t)$		-	0	+	