EXERCICES SUR LA FONCTION LOG-B

EXERCICE 1 – APPLIQUER LES PROPRIÉTÉS

Soient $a>0$ et $b>0$ et z un nombre réel quelconque :

Rappeler les règles :

$\log(a\times b) =$ *log(a) + log(b)* $\qquad \log\left(\frac{a}{b}\right) =$ *log(a) - log(b* $\qquad \log\left(\frac{1}{a}\right) =$ *- log(a)*

$\log(1) = 0 \qquad \log(10) = 1$

Soit $a>0$: $10^{\log(a)} = a \qquad$ Soit $y\in\mathbb{R}$: $\log(10^{y}) = y$

1.a. On donne les résultats approchés suivant : $10^{0,2}\approx 1,585$; $10^{3,7}\approx 5011,872$; $10^{-0,57}\approx 0,269$; $10^{1,5}\approx 31,623$

En déduire sans calculatrice des valeurs approchées de :

$\log(1,585) \approx \log(10^{0,2}) = 0,2$, $\log(5011,872) \approx \log(10^{3,7}) = 3,7$; $\log(0,269) \approx \log(10^{-0,57}) = -0,57$;
$\log(31,623) \approx \log(10^{1,5}) = 1,5$

b. Voici d'autres résultats approchés : $\log(5,01)\approx 0,7$; $\log(0,0316)\approx -1,5$

En déduire des approximations qui reprennent les valeurs précédentes : $10^{0,7}\approx 10^{\log}(5,01)=5,01$;
$10^{-1,5}\approx 10^{\log}(0,0316)=0,0316$

EXERCICE 2 – APPLIQUER LES PROPRIÉTÉS

En utilisant la même méthode que pour l'exemple, déterminer les résultats suivants :

Exemple : $\log(100000)=\log(10^{5})=5\times\log(10)=5\times 1=5$

a. $\log(10000) = \log(10^{4})=4\times\log(10)=4\times 1=4$

b. $\log(1000) = \log(10^{3}) = 3\times\log(10) = 3\times 1 = 3$

c. $\log(0,001) = \log\left(\frac{1}{10^{3}}\right)=\log(10^{-3})=-3\times\log(10)=-3\times 1=-3$

d. $\log(0,01) = \log(10^{-2}) = -2\times\log(10) = -2\times 1 = -2$

EXERCICE 3 – APPLIQUER LES PROPRIÉTÉS

Sélectionner la bonne réponse :

	log *a*	Réponse 1	Réponse 2	Réponse 3
1	$\log 10^{3}$	1 000	30	3
2	log 0,1	0,1	−1	1
3	log(100)	100	0,01	2
4	$\log(10^{-3})$	0,001	−3	−30

EXERCICE 4 – APPLIQUER LES PROPRIÉTÉS

Transformer les calculs suivants grâce aux propriétés du log pour simplifier au maximum :

<table>
<tr><td>A = $10^{\log(9)} = 9$</td><td>B = $10^{\log\left(\frac{100}{25}\right)} \times 10^{\log(1)} = \frac{100}{25} \times 1 = 4$</td></tr>
<tr><td>C = $\log(2\times5^4\times8)$
= $\log(5\times100)-\log(5)$
= $\log(2)+4\log(5)+3\log(2)$
= $4\log(2)+4\log(5)$</td><td>D = $\log(10^{-3})-\log(0{,}001)$ = -3 - (-3) = 0</td></tr>
<tr><td>E = $\log(500)-\log(5)$ = $\log(5\times100)-\log(5)$
= log(5) + $\log(10^2)$ - log(5)
= 2</td><td>F = $\log(30)+\log(700)-\log(21)$
= $\log(3\times10)+\log(7\times100)-\log(3\times7)$
= $\log(3)+\log(10)+\log(7)+\log(100)-\log(3)-\log(7)$
= 1 + 2
= 3</td></tr>
<tr><td colspan="2">G = $\log(5)+\log(8)+\log(25)-\log(4)$
= log(5) + 3log(2) + $\log(5^2)$ - $\log(2^2)$
= log(5) + 3log(2) + 2log(5) - 2log(2)
= 3log(5) + log(2)</td></tr>
<tr><td colspan="2">H = $\log(6)-\log(0{,}03)+\log(0{,}005)$
= $\log(2\times3)$ - $\log(3\times10^{-2})$ + $\log(5\times10^{-3})$
= log(2)+log(3) - log(3) - $\log(10^{-2})$ + log(5) + $\log(10^{-3})$
= log(2) + log(5) - (-2) + (-3)
= log(2) + log(5) – 1 = $\log(2\times5)-1$ = $\log(10)-1=1-1=0$</td></tr>
</table>

EXERCICE 5 – APPLIQUER LES PROPRIÉTÉS

Utiliser les propriétés du log pour exprimer en un calcul qui utilise $\log(2)$ ou $\log(3)$ ou $\log(5)$ *(parfois une seule des quantités sera nécessaire, et d'autre fois , plusieurs seront utiles)* :

a. $\log(50)=\log(2\times5^2)=$ log(2)+2log(5) **b.** $\log(50)=\log(10\times5)=$ log(10) + log(5) = 1+ log(5)

c. $\log(48)=\log(16\times3)=\log(2^4\times3)$ = 4 log(2) + log(3)

d. $\log\left(\frac{1}{48}\right)=$ - log(48) = - $\log(3\times16)$ = - (log(3) + $\log(2^4)$) = - log(3) - 4log(2)

e. $\log\left(\frac{50}{48}\right)$ = log(50) - log(48) = $\log(5\times10)$ - log(3) - 4log(2) = log(5) + log(10) - log(3) - 4log(2)

= 1+ log(5) - log(3) - 4log(2)

f. On rappelle que : $3^3=27$. Exprimer en un calcul qui fait intervenir $\log(3)$:

$\log(0{,}000027)$ = $\log(27\times10^{-6})$ = $\log(3^3)$ + $\log(10^{-6})$ = 3log(3) – 6

EXERCICE 6 – APPLIQUER LES PROPRIÉTÉS

x désigne un nombre strictement positif non connu.

a. Modifier l'écriture du calcul afin de déterminer la valeur qui manque dans les pointillés.

$\log(0{,}25x)+\log(400x)$ = $\log(25\times10^{-2}\times x\times4\times10^2\times x)$ = $\log(100\times x^2)$ = *2 +* $\log(x^2)$ = *2 + 2 log(x)*

= $2\times(1+\log(x))$

b. Démontrer que H = $10+4\log(x)$

H = $\log(10^4 x)+\log(10^3 x)+\log(10^2 x)+\log(10^1 x)$ *= 4+log(x) + 3 + log(x) + 2 +log(x) + 1 + log(x)*

= 10 + 4log(x)