EXERCICE 1 – RÉSOLUTIONS DE LA FORME $\log(x)=b$

Dans chaque équation, x désigne un nombre strictement positif :

Compléter les résolutions pour déterminer la valeur de x :

a. $\log(x)=3$ $\downarrow 10^{\dots}$ $\downarrow 10^{\dots}$ $10^{\log(x)}=10^3$ $x = 10^3$	**b.** $\log(x)=-2$ $\downarrow 10^{\dots}$ $\downarrow 10^{\dots}$ $10^{\log(x)} = 10^{-2}$ $x = 10^{-2}$	**c.** $\log\left(\frac{x}{3}\right)=2$ $\downarrow 10^{\dots}$ $\downarrow 10^{\dots}$ $10^{\log\left(\frac{x}{3}\right)} = 10^2$ $\downarrow 3\times\dots$ $\downarrow 3\times\dots$ $\frac{x}{3} = 100$ $x = 300$
d. $\log(2x)=3$ $\downarrow 10^{\dots}$ $\downarrow 10^{\dots}$ $10^{\log(2x)} = 10^3$ $2x = 1000$ $\downarrow \dots/2$ $\downarrow \dots/2$ $x = 500$	**e.** $2\times\log(x)=10$ $\downarrow \dots/2$ $\downarrow \dots/2$ $\log(x) = 5$ $\downarrow 10^{\dots}$ $\downarrow 10^{\dots}$ $10^{\log(x)} = 10^5$ $x = 10^5$	**f.** $3\times\log(2x)=6$ $\log(2x) = 2$ $10^{\log(2x)} = 10^2$ $2x = 100$ $x = 50$

EXERCICE 2 – RÉSOLUTIONS DE LA FORME $a^x=b$

Compléter les résolutions pour déterminer la valeur de x :

a. $0{,}8^x=100$ $\downarrow \log(\dots)$ $\downarrow \log(\dots)$ $\log(0{,}8^x)=\log(100)$ $x \times\log(0{,}8) = 2$ $\downarrow \dots/\log(0{,}8)$ $\downarrow \dots/\log(0{,}8)$ $x = \frac{2}{\log(0{,}8)}$	**b.** $5^x=2{,}3$ $\downarrow \log(\dots)$ $\downarrow \log(\dots)$ $\log(5^x) = \log(2{,}3)$ $x \times\log(5) = \log(2{,}3)$ $\downarrow \dots/\log(5)$ $\downarrow \dots/\log(5)$ $x = \frac{\log(2{,}3)}{\log(5)}$	**c.** $1{,}05^x=2$ $\downarrow \log(\dots)$ $\downarrow \log(\dots)$ $\log(1{,}05^x) = \log(2)$ $x\times\log(1{,}05) = \log(2)$ $x = \frac{\log(2)}{\log(1{,}05)}$
d. $2\times 0{,}9^x=1{,}9$ $\downarrow \dots/2$ $\downarrow \dots/2$ $0{,}9^x = 0{,}95$ $\downarrow \log(\dots)$ $\downarrow \log(\dots)$ $\log(0{,}9^x) = \log(0{,}95)$ $x\times\log(0{,}9) = \log(0{,}95)$ $x = \frac{\log(0{,}95)}{\log(0{,}9)}$	**e.** $3000\times 0{,}913^x=1500$ $0{,}913^x = 0{,}5$ $\log(0{,}913^x) = \log(0{,}5)$ $x\times\log(0{,}913) = \log(0{,}5)$ $x = \frac{\log(0{,}5)}{\log(0{,}913)}$	**f.** $4\times 0{,}819^x=2{,}2$ $0{,}819^x = 0{,}55$ $\log(0{,}819^x) = \log(0{,}55)$ $x\times\log(0{,}819) = \log(0{,}55)$ $x = \frac{\log(0{,}55)}{\log(0{,}819)}$

EXERCICE 3 – RÉSOLUTIONS DE LA FORME $x^a=b$

Compléter les résolutions pour déterminer la valeur de x :

<table>
<tr><td colspan="3">1ère méthode : En utilisant $x^{a^{\frac{1}{a}}}$</td></tr>
<tr>
<td>a. $x^{3,2}=1,68$
$(x^{3,2})^{\frac{1}{3,2}} = 1,68^{\frac{1}{3,2}}$
$x \approx 1,176$</td>
<td>b. $x^{4,1}=2,12$
$(x^{4,1})^{\frac{1}{4,1}} = 2,12^{\frac{1}{4,1}}$
$x \approx 1,2011$</td>
<td>c. $x^{12}=0,85$
$(x^{12})^{\frac{1}{12}} = 0,85^{\frac{1}{12}}$
$x \approx 0,9865$</td>
</tr>
<tr><td colspan="3">2ème méthode : En utilisant $\log(x^a)=a\times\log(x)$ puis $10^{\log(x)}=x$</td></tr>
<tr>
<td>d. $x^{3,2}=1,68$
$\log(x^{3,2}) = \log(1,68)$
$3,2\times\log(x) = \log(1,68)$
$\log(x) = \frac{\log(1,68)}{3,2}$
$x = 10^{\frac{\log(1,68)}{3,2}} \approx 1,176$</td>
<td>e. $x^{4,1}=2,12$
$\log(x^{4,1}) = \log(2,12)$
$4,1 \ \log(x) = \log(2,12)$
$\log(x) = \frac{\log(2,12)}{4,1}$
$x = 10^{\frac{\log(2,12)}{4,1}} \approx 1,2011$</td>
<td>f. $x^{12}=0,85$
$\log(x^{12}) = \log(0,85)$
$12 \ \log(x) = \log(0,85)$
$\log(x) = \frac{\log(0,85)}{12}$
$x \approx 0,9865$</td>
</tr>
</table>

EXERCICE 4 – RÉSOLUTIONS DE LA FORME $a^x \le b$

1.a. Rappeler les règles qui entraînent un changement de sens du signe inégal dans la résolution d'inéquations :

> Dans une inéquation, il faut changer le sens du signe inégal lorsque qu'on multiplie ou divise par un nombre négatif .

b. Déterminer le signe des valeurs suivantes :

• $\log(0{,}8)$ est : ☐ négatif ☐ ~~positif~~	• $\log(5)$ est : ☐ ~~négatif~~ ☐ positif
• $\log(1{,}05)$ est : ☐ ~~négatif~~ ☐ positif	• $\log(0{,}9)$ est : ☐ négatif ☐ ~~positif~~
• $\log(0{,}913)$ est : ☐ négatif ☐ ~~positif~~	• $\log(0{,}819)$ est : ☐ négatif ☐ ~~positif~~

c. Rappeler le sens de variation de la fonction log : C'est une fonction croissante sur $]0;+\infty[$.
Ainsi, les antécédents et les images par la fonction log sont rangés dans :

☐ le même sens ☐ ~~le sens contraire.~~

d. Compléter par le bon symbole les transformations dans les inégalités suivantes :

$0{,}5 \leqslant 1{,}3$ $\log(0{,}5) \le \log(1{,}3)$	$5 \geqslant x$ (où $x > 0$) $\log(5) \ge \log(x)$

2. Compléter les résolutions pour déterminer les solutions des inéquations :
Attention : Changer le sens du signe inégal lorsque c'est nécessaire !!

a. $0{,}8^x \le 100$

log(...)

$\log(0{,}8^x) \le \log(100)$

$x \times \log(0{,}8) \le 2$

... /log(0,8)

$x \ge \dfrac{2}{\log(0{,}8)}$

b. $5^x \le 2{,}3$

log(...)

$\log(5^x) \le \log(2{,}3)$

$x \times \log(5) \le \log(2{,}3)$

... /log(5)

$x \le \dfrac{\log(2{,}3)}{\log(5)}$

c. $1{,}05^x > 2$

log(...)

$\log(1{,}05^x) > \log(2)$

$x \times \log(1{,}05) > \log(2)$

$x > \dfrac{\log(2)}{\log(5)}$

d. $2 \times 0{,}9^x < 1{,}9$

.... / 2

$0{,}9^x < 0{,}95$

log(...)

$\log(0{,}9^x) < \log(0{,}95)$

$x \times \log(0{,}9) < \log(0{,}95)$

$x > \dfrac{\log(0{,}95)}{\log(0{,}9)}$

e. $3000 \times 0{,}913^x \ge 1500$

$0{,}913^x \ge 0{,}5$

$\log(0{,}913^x) \ge \log(0{,}5)$

$x \times \log(0{,}913) \ge \log(0{,}5)$

$x \le \dfrac{\log(0{,}5)}{\log(0{,}913)}$

f. $4 \times 0{,}819^x < 2{,}2$

$0{,}819^x < 0{,}55$

$\log(0{,}819^x) < \log(0{,}55)$

$x \times \log(0{,}819) < \log(0{,}55)$

$x > \dfrac{\log(0{,}55)}{\log(0{,}819)}$