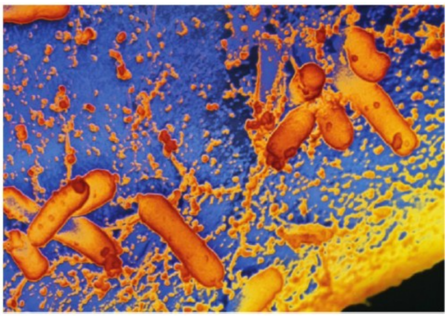
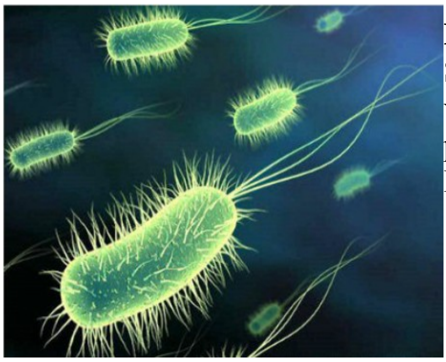
U N E N O U V E L L E F O N C T I O N P O U R M O D É L I S E R

DES SUITES AUX FONCTIONS



Dans une population de bactéries on observe un doublement toute les 4 heures.
Si u_n désigne le nombre de bactéries au bout de n heures alors $u_{n+4}=2u_n$.
Cette population augmente à très grande vitesse !
On appelle cela une **croissance exponentielle**, c'est le terme utilisé pour toute croissance de suite géométrique.

UNE AUGMENTATION ENCORE PLUS RAPIDE.....

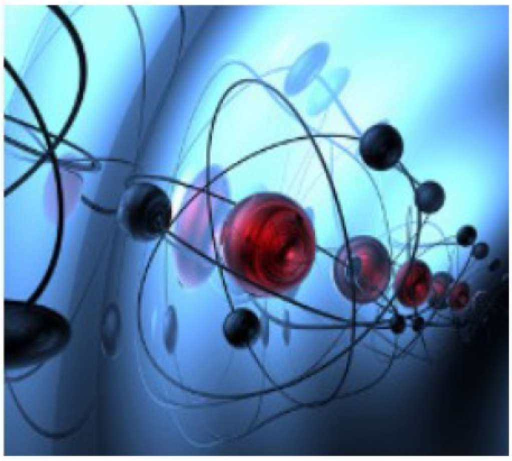


Prenons un autre exemple :
Si une population double chaque heure ($u_{n+1}=2u_n$) , alors la vitesse moyenne sur 1 heure correspond à une augmentation égale à son propre effectif : on peut écrire pour chaque heure n :
La vitesse moyenne d'évolution entre n et $n+1$ est :

$$v_n=\frac{u_{n+1}-u_n}{1}=\frac{2u_n-u_n}{1}=u_n \quad \text{donc} \quad v_n=u_n$$

La croissance est ici encore plus rapide !!

UNE ÉVOLUTION "EN TEMPS RÉEL"



Pour certaines populations , on s'intéresse au nombre d'unités présentes à tout instant t , on note $t\rightarrow u(t)$ la fonction

« évolution de la population » en fonction du temps t ;

c'est-à-dire :

$u(t)$ = nombre d'individus à l'instant t .

On peut alors également définir la **vitesse d'évolution instantanée** à chaque instant t , $v(t)$: elle est en fait la dérivée ; $t\rightarrow u'(t)$!

Si une population avait un nombre d'unités $u(t)$ qui augmentait à tout instant t de son propre effectif , alors le phénomène se résumerait par la vitesse d'évolution :

$$v(t)=u(t) \quad \Leftrightarrow \quad u'(t)=u(t)$$

Ce type d' évolution correspond à une fonction découverte par le mathématicien **Léonard Euler (1707-1784)**
Cette fonction ne possède pas d'expression explicite mais existe pourtant !

On l'appelle la fonction exponentielle : $x\rightarrow \exp(x)$

Elle a donné naissance à de très nombreux modèles appliqués à la physique , biologie , économie etc.....