1. Colinéarité de vecteurs

Définition

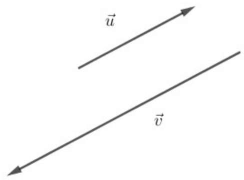
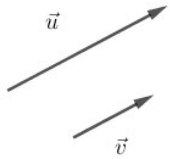
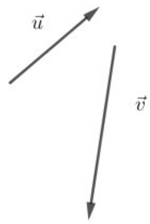
Deux vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont dits **colinéaires** s'il existe un nombre k tel que : $\boldsymbol{\vec{u}=k\,\vec{v}}$

Par convention, le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur.

Remarque

Deux vecteurs colinéaires non nuls ont la même direction.

Exemples

$\vec{v}=-2\vec{u}$ $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires  $k=-2$	$\vec{v}=\frac{1}{2}\vec{u}$ $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires $k=\frac{1}{2}$ 	Il n'existe pas de nombre k tel que $\vec{u}=k\,\vec{v}$ $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires 

Exercice 1.1

Soient trois points A, B et C distincts non alignés. Soient $\vec{w}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AC}$ et $\vec{x}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}-9\overrightarrow{AC}$

Les vecteurs $\vec{w}$ et $\vec{x}$ sont-ils colinéaires ?

Propriété

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non nuls sont colinéaires si, et seulement si, leurs coordonnées dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ sont proportionnelles.

Exercice 1.2 - Démontrer la propriété précédente.

Exercice 1.3 -Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ suivants sont-ils colinéaires ?

a) $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\\frac{1}{2}\end{pmatrix}$ b) $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\5\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\15\end{pmatrix}$

2. Déterminant de deux vecteurs

Définition

On considère, dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ de coordonnées $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$

On appelle déterminant de $\vec{u}$ et $\vec{v}$, le réel $xy'-x'y$ noté $\det(\vec{u};\vec{v})$ ou $\begin{vmatrix}x & x'\\y & y'\end{vmatrix}$

Propriété

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si, et seulement si, $\det(\vec{u};\vec{v})=0$

Exercice 2.1

Démontrer que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires, équivaut à $\det(\vec{u};\vec{v})=0$

Exercice 2.2
Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ suivants sont-ils colinéaires ?

a) $\vec{u}\begin{pmatrix}10\\ \frac{7}{2}\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}15\\ \frac{21}{4}\end{pmatrix}$ b) $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\5\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}\frac{3}{5}\\15\end{pmatrix}$ c) $\vec{u}\begin{pmatrix}1+\sqrt{3}\\ \sqrt{3}\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\ \sqrt{3}-3\end{pmatrix}$

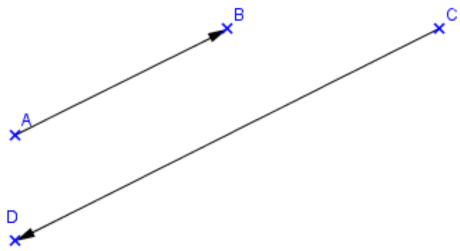
Vidéo Maths

Exercice 2.3
Soit $E(1;2)$, $F(3;-1)$ et $G(-3;8)$ dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$
Démontrer que $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EG}$ sont colinéaires.

3. Parallélisme

Pour démontrer que deux droites sont parallèles, ou sécantes.

Soient (A,B) et (C,D) deux couples de points distincts.
Les droites (AB) et (CD) sont parallèles
si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires



Exercice 3.1
Soit un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$
et les points $E(1,-4)$, $F(4,-3)$, $G(5,1)$ et $H(-4,-2)$

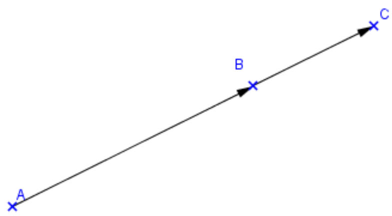
Vidéo Maths

Démontrer que (EF) est parallèle à (GH)

Calculons les coordonnées de $\overrightarrow{\mathrm{EF}}$ et celle de $\overrightarrow{\mathrm{GH}}$

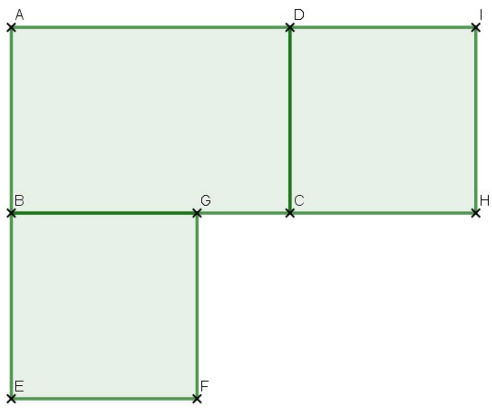
Pour démontrer que trois points sont alignés, ou non alignés.

Soient A, B et C trois points distincts.
Les points A, B et C sont alignés
si et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ sont colinéaires



Exercice 3.2
Les points $E(14;5)$, $F(3;2)$ et $G(7;3)$ sont-ils alignés ? Justifier.
Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{\mathrm{EF}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{EG}}$ ou $\overrightarrow{\mathrm{FE}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{GE}}$

Vidéo Maths



Exercice 3.3
$ABCD$ est un rectangle de longueur 1,5 et de largeur 1.
B est le milieu de $[AE]$
$BEFG$ et $DCHI$ sont des carrés de côté 1 .
On se place dans le repère $(B,\overrightarrow{BG},\overrightarrow{BA})$

a) Donner les coordonnées de tous les points de la figure
b) Démontrer que (EG) et (CI) sont parallèles.
c) Les points I, C et F sont ils alignés ?